Bibliographie

M. Hervé, Several complex variables. Local theory, VI+134 pages, London, Oxford University Press, 1963.

Ce livre, qui repose sur un cours tenu par l'auteur en 1961 au "Tata Institute of Fundamental Research" à Bombay, est une introduction à la théorie locale des fonctions de plusieurs variables complexes.

Le mode d'exposition, caractérisé par l'utilisation systématique de la formule intégrale de Cauchy, est spécifique au corps des nombres complexes (par exemple, la formule intégrale de Cauchy est utilisée même pour démontrer les théorèmes de préparation de Weierstrass et Späth—Cartan, qui cependant expriment essentiellement des propiétés de l'anneau des séries entières convergentes à coefficients appartenant à un corps valué (complet, commutatif, nondiscret) quelconque). Le livre comprend les chapitres:

I. Basic properties of holomorphic functions of several complex variables.
II. The ring of holomorphic functions at a point.
III. Analytic sets.
IV. Local properties of analytic sets.

Au premier chapitre on introduit les notions de fonction holomorphe et de germe de fonction holomorphe, on démontre la formule intégrale de Cauchy et on en déduit des conséquences immédiates.

Au second chapitre on commence par démontrer les théorèmes de préparation de Weierstrass et de Späth—Cartan. Ces théorèmes permettent ensuite d'obtenir les propiétés fondamentales de l'anneau $\mathcal{H}_m^a$ des germes de fonction holomorphe en un point $a \in C^m$ ($\mathcal{H}_a^m$ est un anneau factoriel et noetherien). Ces propiétés sont utilisées ensuite à l'étude des germes d'ensembles analytiques en a.

Le but essentiel du chapitre III est de formuler et démontrer un théroème fondamental de description locale d'un ensemble analytique.

A l'aide de ce théorème fondamental on aborde au quatrième chapitre certains faits essentiels de la théorie locale des ensembles analytiques: théorème de Cartan concernant la cohérence du faisceau d'un ensemble analytique, théorème des zéros de Hilbert dans le cas analytique, résultats concernant la dimension des ensembles analytiques, etc.

On donne aussi la définition de fonction holomorphe sur un ensemble analytique et on démontre certaines propriétés sans donner le théorème de normalisation de Cartan—Oka.

Ce livre de M. Hervé réussit donc d'introduire le lecteur dans la théorie moderne des fonctions à plusieurs variables complexes. Beaucoup des résultats abordés n'étaient pas exposés, jusqu'à présent, de façon cohérente dans un livre. En s'appuyant sur cette introduction, le lecteur intéressé continuera plus facilement l'étude des mémoires originaux sur le sujet traité.

M. Jurchescu (Bucarest)

Mahlon M. Day, Normed linear spaces, Second printing corrected (Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete, Neue Folge, Heft 21), 140 pages, Berlin—Göttingen—Heidelberg, Springer-Verlag, 1962.

The great interest arosen by the first edition has necessitated very soon a second edition. Some minor errors contained in the first edition were corrected. A review of the first edition appeared in these *Acta*, **21** (1960).

L. Gehér (Szeged)

Alfred Rényi, Wahrscheinlichkeitsrechnung mit einem Anhang über Informationstheorie, XII + 547 Seiten, Berlin, VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, 1962.

Dieses Buch ist eine Umarbeitung des im Jahre 1954 in ungarischer Sprache erschienenen Lehrbuches vom Verf. Es hat einen einführenden Charakter, aber enthält einen großen Stoff, und setzt gewisse Vorkentnisse über die Theorie der reellen Funktionen und über die komplexe Funktionentheorie voraus. Die Auswahl des Stoffes ist etwas subjektiv; neben der sorgfältigen Darstellung der grundlegenden Theorie werden auch einige speziellere Problemkreise behandelt.

Im ersten Kapitel wird die Algebra der Ereignisse betrachtet. Im endlichen Fall mit elementaren Methoden und im allgemeinen Fall durch Anwendung des Satzes von M. H. STONE wird es bewiesen, daß eine Ereignisalgebra isomorph zu einer Mengenalgebra ist. Im zweiten Kapitel wird der Begriff der Wahrscheinlichkeit eingeführt. Nach entsprechenden Vorbereitungen erreicht Verf. zum Begriff der Kolmogoroffschen Wahrscheinlichkeitsalgebra. In diesem Kapitel werden der Begriff der bedingten Wahrscheinlichkeit und der Begriff der Unabhängigkeit von Ereignissen erörtert, die klassischen kombinatorischen und geometrischen Berechnungsmethoden von Wahrscheinlichkeiten diskutiert, endlich eine neue, vom Verfasser stammende axiomatische Theorie der bedingten Wahrscheinlichkeiten betrachtet. Das dritte Kapitel beschäftigt sich mit diskreten Zufallsveränderlichen. Nach dem Satz über die vollständige Wahrscheinlichkeit und dem Satz von BAYES werden die klassischen Wahrscheinlichkeitsverteilungen (z. B. Binomial-, Polynomial-, hypergeometrische und negative Binomialverteilungen) eingeführt und mit Beispielen illustriert. Dann werden der Begriff der Zufallsveränderlichen, die Unabhängigkeit von Zufallsveränderlichen, der Erwartungswert, die Streuung und der Korrelationskoeffizient betrachtet. Für die Poissonsche Verteilung werden mehrere Anwendungen angegeben. Es folgen die erzeugende Funktion und ihre Anwendungen, der Satz von MOIVRE—LAPLACE und das Bernoullische Gesetz der großen Zahlen. Das vierte Kapitel beschäftigt sich mit allgemeinen Zufallsveränderlichen und ihren Verteilungsfunktionen und Dichtefunktionen, mit dem allgemeinen Begriff des Erwartungswerts und der Streuung. Die Fragen der allgemeinen bedingten Wahrscheinlichkeiten, z. B. die Verallgemeinerung des Bayesschen Satzes, werden im fünften Kapitel behandelt. In den weiteren drei Kapiteln beschäftigt sich Verf. mit den charakteristischen Funktionen, mit den Gesetzen der großen Zahlen, bzw. mit den Grenzverteilungssätzen der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Diese Kapiteln enthalten ein sehr reiches Material. Der Satz von PAUL LÉVY über die Fourier—Stieltjes-Transformierten, weiterhin mehrere klassische und moderne Sätze über die charakteristischen Eigenschaften der Normalverteilung werden bewiesen, die unbeschränkt teilbare und stabile Verteilungen erwähnt, Fragen betreffs der charakteristischen Funktionen bedingter Wahrscheinlichkeitsverteilungen mit Benützung der Theorie der Distributionen behandelt. Die wichtigsten Gesetze der großen Zahlen, der Hauptsatz der matehmatischen Statistik von GLIWENKO, der Satz vom iterierten Logarithmus, der Satz von LINDEBERG, der Satz von MARKOFF über die Markoffschen Ketten und die Sätze von SMIRNOFF und KOLMOGOROFF über die geordneten Stichproben werden auch bewiesen. Der Anhang des Buches gibt eine Einleitung in die Informationstheorie; eigentlich nur der Begriff der Information wird eingehend diskutiert. Am Ende des Buches gibt es einige Tabellen und ein ausgedehntes Schriftenverzeichnis. Am Ende jedes Kapitels kann der Leser viele interessante Beispiele finden, die teils sehr verschiedene Anwendungen der Theorie vorzeigen, teils den Text ergänzen.

K. Tandori (Szeged)

G. Marinescu, Espaces vectoriels pseudotopologiques et théorie des distributions, 232 pages, Berlin, VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, 1963.

Le but de ce livre est de donner un aperçu des divers problèmes d'analyse fonctionnelle se rattachant à la théorie des distributions pour laquelle il offre une excellente introduction. Bien qu'il fait usage des traités qui l'ont précédé (comme ceux de L. SCHWARTZ et de GELFAND et ŠILOV sur la théorie des distributions et de BOURBAKI sur les espaces vectoriels topologiques) ce livre en diffère par l'utilisation systématique des structures pseudotopologiques et polynormés, aussi bien que par la variété de son contenu dûe au fait que l'auteur s'était borné dans chaque problème seulement aux faits fondamentaux sans suivre leurs développements ultérieurs plus techniques. Cela d'ailleurs est dans l'esprit du livre qui, selon son auteur, s'adresse surtout aux débutants et practiciens. Le livre contient 5 chapitres: 1. Définitions et propriétés élémentaires de diverses catégories d'espaces vectoriels; 2. Espaces d'opérations linéaires. Distributions; 3. Produits tensoriels et opérations multilinéaires; 4. Fonctions et distributions à valeurs vectoriels; 5. Applications.

Remarquons que le chapitre 3 contient une présentation des éléments fondamentaux de la théorie des produits tensoriels (notamment les produits tensoriels projectifs et injectifs, les transformations intégrales et celles nucléaires, les espaces nucléaires, le théorème des noyaux, etc.) en prenant constamment comme point de départ le cas des espaces normés. Cela donne un caractère élémentaire à toute cette théorie, le caractère unitaire de la présentation étant assuré par l'utilisation de la structure polynormée des espaces des opérations linéaires continues (introduites par l'auteur). Ce chapitre permet donc de s'initier dans la théorie des produits tensoriels des espaces vectoriels topologiques dûe à A. GROTHENDIECK sans utiliser l'excellent mais difficile mémoire original de cet auteur.

Le livre est écrit dans un style fluide mais concis. Il sera certainement utile aux mathématiciens qui sans être des spécialistes dans la théorie des distributions ou les théories adjacentes d'analyse fonctionnelle, ont besoin de celles-ci dans leurs recherches ou dans leur formation scientifique générale.

C. Foiaş (Bucarest)

H. G. Garnir, Fonctions de variables réelles, tome I, X+518 pages, Louvain, Librairie Universitaire, Paris, Gauthier-Villars, 1963.

Ce livre contient le traité de la théorie des fonctions des variables réelles d'une manière complète, rigoureuse, logique et moderne. L'auteur cherche à donner à son exposé une généralité suffisante en développant systématiquement l'analyse dans l'espace euclidien à n dimensions et pour des fonctions complexes. Malgré cela, grâce au style claire et exact de l'auteur, aux bonnes figures, aux exemples et exercices nombreux, l'exposé gagne en simplicité, en élégance et en clarté.

Le présent tome I contient la matière suivante.

I. *Ensembles.* Relations entre les ensembles. Dénombrabilité. Ensembles non dénombrables.

II. *Espace euclidien à n dimensions.* Distance de points. Ensembles bornés. Existence des meilleures bornes supérieure et inférieure. Suite de points. Convergence. Le critère de convergence de Cauchy. Ensembles ouverts et fermés. Ensembles compacts. Théorèmes de Bolzano—Weierstrass, de Heine—Borel et de Cantor. Convergence des séries. Séries absolument convergentes.

Appendice. Nombres réels et complexes. Théorie exacte des nombres réels, fondée sur les développements décimaux et la théorie de Hamilton des nombres complexes.

III. *Fonctions.*

IV. *Limites des valeurs d'une fonction.*

V. *Continuité des fonctions.*

VI. *Dérivation des fonctions.* Dérivée partielle. Fonctions plusieurs fois continûment dérivables. Formule de Taylor. La règle de l'Hospital. Fonctions monotones. Conditions nécessaires et suffisantes d'extrema locaux. Changement des variables dans les opérateurs de dérivation.

VII. *Limites de fonctions.* Convergence des suites et des séries des fonctions. Convergence uniforme. Critère de Cauchy sur la convergence uniforme. Continuité de la limite. Critère de Dini. Approximations des fonctions continues par des polynômes. Dérivabilité terme à terme des suites et des séries.

VIII. *Fonctions élémentaires.*

IX. *Primitivation des fonctions.*

X. *Équations differentielles élémentaires.*

Le tome II, qui est en préparation, traitera entre autres de l'intégrale de Lebesgue, des intégrales de Fourier et de Laplace, des distributions, des fonctions analytiques réelles dans l'espace euclidien à n dimensions et des séries de puissances.

K. Tandori (Szeged)

E. Hewitt and K. A. Ross, Abstract Harmonic Analysis, vol. I (Die Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen, Bd. 115), VII+519 pages, Berlin—Göttingen—Heidelberg, Springer-Verlag, 1963.

Abstract harmonic analysis has developed over the past few decades. The decisive step in its foundation was the discovery, by A. HAAR in 1933, of the existence of invariant measures on separable locally compact groups. His construction was reformulated and extended to arbitrary locally compact groups by A. WEIL in 1936. This discovery had a tremendous effect on the development of the general theory of locally compact groups; among other things, it suggested an extension of classical Fourier analysis from some special locally compact abelian groups as the unit circle, the integers, and the real line, to any locally compact abelian groups. The realization of this idea was initiated by A. WEIL in 1940, who showed in his monograph *L'intégration dans les groupes topologiques et ses applications* (Paris, 1940) that several classical theorems about Fourier series and integrals (for instance PLANCHEREL's theorem, the Herglotz—Bochner theorem) could be meaningfully stated and proved in this general situation, too.

In the subsequent development of abstract harmonic analysis, the elaboration of the theory of commutative Banach algebras was a step of considerable importance; this theory made possible to develop harmonic analysis on locally compact abelian groups without referring to the "fine structure" of these groups. (In this treatment of the subject, the Pontryagin—van Kampen duality theorem is produced via PLANCHEREL's theorem in a purely analytical way and the subject culminates in it. The standard works on the subject, appeared since WEIL's fundamental treatise, have usually pointed out this global aspect of the theory. The book under review reflects WEIL's original point of view, making the reader feel that the group-theoretic considerations are inherent in abstract harmonic analysis. Indeed, in the presentation of the Pontryagin—van Kampen duality theorem, which seems to be the basic tool in the authors' setting up of the theory, the authors are strongly influenced by PONTRYAGIN's treatment. Of course, they make use of Banach algebraic tools, too, but in such a measure which is consistent with the treatment they prefer.

The present book, the first volume of a work of two volumes, is devoted to a study of the foundations of abstract harmonic analysis. The second volume will deal with harmonic analysis on compact groups and locally compact abelian groups.

The book consists of six chapters. Chapter 1 introduces notations and terminology, and gives a brief review of the parts of the theory of groups and of the set-theoretical topology needed in the book. Chapter 2 is an introduction to the structure of topological groups. After basic definitions and facts, the notions of subgroup, quotient group, product group and projective limit are introduced, and the elementary properties of topological groups are discussed, that depend upon connectedness or disconnectedness of the group considered as a topological space. Then it is shown that the topology of a topological group can be completely described by means of a family of left invariant pseudo-metrics, and some separation properties for topological groups are presented. Further, it is shown that every locally compact compactly generated abelian group is topologically isomorphic with a product of a compact abelian group, a finite number of copies of the topological groups of the real numbers, and a finite number of copies of group of the integers (taken with its discrete topology). Chapter 2 ends with the study of some special locally compact abelian groups. Chapter 3 is devoted to integration theory on locally compact spaces. This chapter might be very useful to everyone wishing a rapid introduction to the integration theory at the level required by functional analysis. In chapter 4 first the existence and uniqueness of the left Haar integral are established for an arbitrary locally compact group. The proof presented here is CARTAN's constructive one. Then there follow theorems of KAKUTANI and OXTOBY on extension of Haar measure and some facts about nonmeasurable sets. This chapter ends with a study of invariant means on almost periodic functions. Chapter 5 initiates the study of harmonic analysis proper. To begin with, the convolution is defined in a reasonable generality, and some fundamental properties of convolutions of measures are developed. Then explicit formulas for convolutions of measures and functions are examined. Further, an introduction to representation theory of groups and algebras is given. The investigations of this chapter culminate in the famous Gelfand—Raĭkov theorem which establishes the existence of sufficiently many continuous irreducible unitary representations of a locally compact group. Chapter 6 is intended to give detailed information about the structure of locally compact abelian groups. Here it is explained what might be called the "fine structure" of this group. The basic tool in the program of this chapter is the character group and the Pontryagin—van Kampen duality theorem, in the exposition of which the authors follow PONTRYAGIN.

The book ends with three appendices assembling certain material form the algebraic theory of abelian groups, the theory of linear topological spaces, and the theory of Banach algebras, which are essential for one or other part of the book.

Some sections of the book contain subsections entitled Miscellaneous Theorems and examples, which give interesting supplementary information on the subject. There are many interesting historical notes scattered through the whole book.

The exposition is highly elegant. The authors were very successful in making their book useful to beginners as well as to specialists, in teaching and in research work. We attend with much interest the forthcoming volume.

I. Kovács (Szeged)